LYCEE OTHMEN CHATTI M'SAKEN	DEVOIR DE CONTROLE N ° 1	$3^{ème}$ Tech. 20 Novembre 06 Durée : 2 heures

Ex : I ….. / 6 pts

1°/ Soit $f : IR \to IR$

$$x \mapsto |x-1| + \frac{x^2-4}{|x|+2}$$

a- Montrer que $f(x) = \begin{cases} -2x-1 & \text{si } x \le 0 \\ -1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2x-3 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

b- Construire $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

c- Résoudre, graphiquement, l'inéquation $f(x) \le 1$

2°/ Soit g la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} \dfrac{-2x}{x+1} & \text{si } x < 1 \\ 2x-3 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

a- Déterminer le domaine de définition de g.

b- Vérifier que pour tout $x \in]-\infty, 1[\setminus \{-1\}$, $g(x) = -2 + \dfrac{2}{x+1}$.

c- En déduire le sens de variation de g sur chacun des intervalles $]-\infty, -1[$ et $]-1, 1[$.

d- Dresser le tableau de variation de g.

EX : II …. / 5 pts

Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = \sqrt{x+3} - 2x$ et $g(x) = \dfrac{x^2+x-2}{x+2}$

1°/ Déterminer le domaine de définition de f et g.

2°/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

3°/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g$, $\lim\limits_{x \to -2} g$

4°/ Soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

a- Déterminer le domaine de définition de h.

b- Montrer que pour tout $x \in D$, $h(x) = \dfrac{-4x-3}{\sqrt{x+3}+2x}$

c- En déduire $\lim\limits_{x \to 1} h(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = -2$

EX : III .... / 4 pts

1°/ Etablir les formules suivantes :

$$1+\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \qquad \text{et} \quad 1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

2°/ Soit $A = \dfrac{1+\cos 2x - 2\cos x}{1+\cos 2x + 2\cos x}$

a- Montrer que pour tout $x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi$ et $\dfrac{x}{2} \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k \in Z$,on a $A = -tg^2\dfrac{x}{2}$.

b- Vérifier que $7-4\sqrt{3} = \left(2-\sqrt{3}\right)^2$, monter alors que $tg\dfrac{\pi}{12} = 2-\sqrt{3}$

En déduire $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$

EX : IV .... / 5 pts .

Dans le plan orienté P on considère le triangle isocèle de sommet principal A te que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \dfrac{80\pi}{3}[2\pi]$

1°/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right)$

2°/ On considère les carrés $ACFG$ et $ABED$ tel que $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv -\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

a- Déterminer la mesure principale de $\left(\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AD}\right)$.

b- Montrer que le triangle AGD est équilatéral.